دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر
آمار و احتمال مهندسی

تمرین هفتم - بازه اطمینان و آزمون فرض

طراح: فاطمه بلوک آذری ، رضا چهرقانی ، محمد قنبری

۱. سایت جالب

برای اینکه میزان جالب بودن یک سایت را بررسی کنیم ، نیاز داریم تا تعداد بازدیدکننده های لحظه ای آن را تخمین بزنیم ، با توجه به داده های جمع آوری شده میانگین بازدید کننده های لحظه ای در ۱۰۰ لحظه تصادفی برابر ۴۱/۱ با انحراف معیار ۱۰/۶ بوده است .

الف) بازه اطمینان ۹۹/۵ درصد را برای میانگین تعداد بازدیدکننده های لحظه ای سایت بدست آورید و تعین کنید این سایت جالب

است یا خیر .(یک سایت جالب است اگر میانگین تعداد بازدید های لحظه ای آن حداقل از ۳۰ بیشتر باشد)

ب)یک سایت بسیار جالب است اگر میانگین تعداد بازدید های لحظه ای آن بزرگتر از ۴۰ باشد . اگر سطح اطمینان (α) یک درصد باشد ، آیا میتوانیم مدرک محکمی داشته باشیم که سایت بخش قبل بسیار جالب است ؟

پاسخ :

الف) رابطه بازه اطمینان به صورت زیر است :

$$\mu \in \left(\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{۱-\frac{\alpha}{۲}},\ \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{۱-\frac{\alpha}{۲}}\right)$$

$$\alpha = ۰/۰۵ \quad \Rightarrow \quad z_{۱-\frac{\alpha}{۲}} = z_{۰/۹۹۷۵} = ۲/۸۱$$
$$\bar{x} = ۴۱/۱, \quad \sigma = ۱۰/۶, \quad n = ۱۰۰$$

$$\mu \in \left(۴۱/۱ - \frac{۱۰/۶}{\sqrt{۱۰۰}} \times ۲/۸۱,\ ۴۱/۱ + \frac{۱۰/۶}{\sqrt{۱۰۰}} \times ۲/۸۱\right)$$

$$\mu \in \left(۴۱/۱ - \frac{۱۰/۶}{۱۰} \times ۲/۸۱,\ ۴۱/۱ + \frac{۱۰/۶}{۱۰} \times ۲/۸۱\right)$$

$$\mu \in (۳۸/۱۲۱۴,\ ۴۴/۰۷۸۶)$$

با توجه به بازه اطمینان بدست آمده این سایت جالب است .

ب)

از آزمون فرض یک طرفه استفاده میکنیم :

$$H_۰ : \mu = ۴۰$$
$$H_A : \mu > ۴۰$$

$$\bar{x} = ۴۱/۱, \quad \sigma = ۱۰/۶, \quad n = ۱۰۰$$

برای محاسبه p-value ، آماره آزمون را تشکیل میدهیم :

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_۰}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{۴۱/۱ - ۴۰}{۱۰/۶/\sqrt{۱۰۰}}$$

$$Z = \frac{۱/۱}{۱/۰۶} \approx ۱/۰۳$$

حال p-value را محاسبه میکنیم :

$$\text{p-value} = P(Z \geq ۱/۰۳)$$

با توجه به توزیع نرمال استاندارد :

$$\text{p-value} = ۱ - \Phi(۱/۰۳)$$

$$\Phi(۱/۰۳) \approx ۰/۸۴۸۵$$

$$\text{p-value} = ۱ - ۰/۸۴۸۵ = ۰/۱۵۱۵$$

$$\text{p-value} = ۰/۱۵۱۵ > \alpha = ۰/۰۱$$

چون p-value از سطح اطمینان بزرگتر شد پس مدرک محکمی برای رد کردن فرض صفر نداریم و در نتیجه مدرک محکمی هم برای بسیار جالب بودن این سایت نداریم .

۲. سکه !

سکه ای را n بار پرتاب میکنیم و k بار شیر می آید

الف) فرضیه سالم بودن سکه را به ازای $k = ۲۷, n = ۸۱$ بررسی کنید

ب) اگر سطح اطمینان پنج درصد باشد و داشته باشیم $n = ۱۶, A \leq k \leq B$ ، A ، B را تعین کنید تا فرضیه سالم بودن سکه تایید شود .

(در هر دو قسمت برای محاسبه آماره آزمون بیشترین واریانس ممکن را در نظر بگیرید)

پاسخ :

الف) از آزمون فرض دو طرفه استفاده میکنیم :

$$H_۰ : p = ۰/۵$$
$$H_A : p \neq ۰/۵$$

$$\hat{p} = \frac{۲۷}{۸۱}, \quad n = ۸۱$$

برای محاسبه p-value ، آماره آزمون را تشکیل میدهیم :

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{p(۱-p)/n}}$$

$$Z = \frac{\frac{۲۷}{۸۱} - ۰/۵}{۰/۵/\sqrt{۸۱}}$$

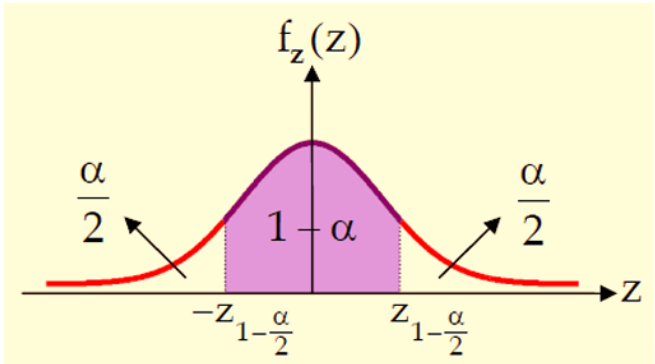
$$Z = -۳$$

حال p-value را محاسبه میکنیم : (توجه کنید که آزمون دوطرفه است)

$$\text{p-value} = P(Z \leq -۳) + P(Z \geq ۳) = ۰$$

پس فرض صفر رد میشود و سکه سالم نیست .

ب) برای اینکه فرض سالم بودن تایید شود ، p-value باید در قسمت صورتی قرار گیرد



برای $n = ۱۶$ و سطح اطمینان ۹۵ درصد ($\alpha = ۰/۰۵$):

ابتدا آماره آزمون را برحسب k تشکیل می‌دهیم. با فرض بیشترین واریانس ($p = ۰/۵$):

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(۱-p)}{n}}} = \frac{\frac{k}{۱۶} - ۰/۵}{\sqrt{\frac{۰/۲۵}{۱۶}}}$$

$$\sqrt{\frac{۰/۲۵}{۱۶}} = \frac{۰/۵}{۴} = \frac{۱}{۸}$$

بنابراین آماره Z برابر است با:

$$Z = \frac{\frac{k}{۱۶} - \frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۸}} = ۸\left(\frac{k}{۱۶} - \frac{۱}{۲}\right) = \frac{k}{۲} - ۴$$

برای اینکه فرضیه سالم بودن سکه تایید شود، باید آماره در بازه پذیرش قرار بگیرد. برای $\alpha = ۰/۰۵$ سر و ته بازه $z_{۰/۹۷۵} = \pm ۱/۹۶$ هستند:

$$-۱/۹۶ < \frac{k}{۲} - ۴ < ۱/۹۶$$

حالا برای یافتن محدوده k نامعادله را حل می‌کنیم:

$$-۱/۹۶ + ۴ < \frac{k}{۲} < ۱/۹۶ + ۴$$

$$۲/۰۴ < \frac{k}{۲} < ۵/۹۶$$

$$۴/۰۸ < k < ۱۱/۹۲$$

با توجه به اینکه k (تعداد شیرها) باید عدد صحیح باشد، محدوده تایید فرضیه به صورت زیر خواهد بود:

$$۵ \leq k \leq ۱۱$$

در نتیجه مقادیر خواسته شده برابرند با:

$$A = ۵, \quad B = ۱۱$$

۳. آزمون فرض جدید !

متغیر تصادفی X از توزیع برنولی با پارامتر p پیروی میکند . برای آزمون فرض ۵ نمونه از این توزیع می گیریم و اگر میانگین آنها بیشتر از ۰/۲ بود فرض صفر$p = ۰/۱$ را رد میکنیم .

احتمال رخداد خطای نوع اول چقدر است ؟ (خطای نوع اول یعنی فرض صفر را رد کنیم در حالی که واقعا درست بوده است)

پاسخ :

خطای نوع اول (α) زمانی رخ می‌دهد که فرض صفر ($H_۰$) را رد کنیم، در حالی که در واقعیت درست باشد.

با توجه به صورت سوال:

- تعداد نمونه‌ها: $n = ۵$
- فرض صفر: $H_۰ : p = ۰/۱$
- شرط رد فرض صفر: $\bar{X} > ۰/۲$

ابتدا شرط رد فرض صفر را برحسب مجموع نمونه‌ها ($\sum X_i$) بازنویسی می‌کنیم:

$$\bar{X} > ۰/۲ \implies \frac{\sum_{i=۱}^{۵} X_i}{۵} > ۰/۲ \implies \sum_{i=۱}^{۵} X_i > ۱$$

یعنی اگر مجموع موفقیت‌ها (تعداد ۱ها) در ۵ بار آزمایش، بیشتر از ۱ باشد (یعنی ۲، ۳، ۴ یا ۵)، فرض صفر را رد می‌کنیم.

حالا احتمال خطای نوع اول را محاسبه می‌کنیم:

$$\alpha = P(\text{ Reject}H_۰ \mid H_۰\text{true}) = P(\sum X_i > ۱ \mid p = ۰/۱)$$

برای سادگی، از متمم استفاده می‌کنیم:

$$P(\sum X_i > ۱) = ۱ - P(\sum X_i \leq ۱) = ۱ - \left[P(\sum X_i = ۰) + P(\sum X_i = ۱)\right]$$

با استفاده از توزیع برنولی (دوجمله‌ای) برای $n = ۵$ و $p = ۰/۱$:

۱. محاسبه $P(\sum X_i = ۰)$:

$$\binom{۵}{۰}(۰/۱)^{۰}(۰/۹)^{۵} = ۱ \times ۱ \times ۰/۵۹۰۴۹ = ۰/۵۹۰۴۹$$

۲. محاسبه $P(\sum X_i = ۱)$:

$$\binom{۵}{۱}(۰/۱)^{۱}(۰/۹)^{۴} = ۵ \times ۰/۱ \times ۰/۶۵۶۱ = ۰/۳۲۸۰۵$$

در نهایت:

$$\alpha = ۱ - (۰/۵۹۰۴۹ + ۰/۳۲۸۰۵) = ۱ - ۰/۹۱۸۵۴ = ۰/۰۸۱۴۶$$

بنابراین احتمال رخداد خطای نوع اول برابر با ٪۸/۱۵ است.

۴. رئیس سخت گیر

طول پیچ های تولیدی یک کارخانه از توزیع نرمال پیروی میکند ، بر اساس اندازه گیری ۱۴۴ نمونه از پیچ ها بازه اطمینان ۹۹ درصدی برای میانگین طول آنها برابر [۲/۵۱, ۲/۹۴] است . رئیس سخت گیر کارخانه بازه اطمینان با طول حداکثر ۰/۲ سانتی متر می خواهد ، برای پیدا کردن این بازه به حداقل چند نمونه نیاز داریم ؟

پاسخ :

ابتدا طول بازه اطمینان داده شده ($L_۱$) را محاسبه می‌کنیم:

$$L_۱ = ۲/۹۴ - ۲/۵۱ = ۰/۴۳$$

فرمول طول بازه اطمینان برای میانگین در توزیع نرمال به صورت زیر است:

$$L = ۲ \times z_{\alpha/۲} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

از آنجایی که سطح اطمینان (۹۹ درصد) و انحراف معیار (σ) در هر دو حالت ثابت هستند، می‌توانیم رابطه‌ای بین طول بازه و تعداد نمونه برقرار کنیم:

$$L \propto \frac{۱}{\sqrt{n}} \implies \frac{L_۲}{L_۱} = \frac{\sqrt{n_۱}}{\sqrt{n_۲}}$$

در اینجا مقادیر معلوم عبارتند از:

- $n_۱ = ۱۴۴$ (تعداد نمونه اولیه)
- $L_۱ = ۰/۴۳$ (طول بازه اولیه)
- $L_۲ = ۰/۲$ (طول بازه مطلوب رئیس)

حالا مقادیر را در تناسب جایگذاری می‌کنیم:

$$\frac{۰/۲}{۰/۴۳} = \frac{\sqrt{۱۴۴}}{\sqrt{n_۲}}$$

$$\frac{۰/۲}{۰/۴۳} = \frac{۱۲}{\sqrt{n_۲}}$$

$$\sqrt{n_۲} = \frac{۱۲ \times ۰/۴۳}{۰/۲} = \frac{۵/۱۶}{۰/۲} = ۲۵/۸$$

$$n_۲ = (۲۵/۸)^۲ = ۶۶۵/۶۴$$

چون تعداد نمونه باید عدد صحیح باشد و طول بازه نباید از ۰/۲ بیشتر شود، مقدار را به سمت بالا گرد می‌کنیم:

$$n_{min} = ۶۶۶$$

بنابراین برای رسیدن به این دقت، حداقل به ۶۶۶ نمونه نیاز داریم.

۵. ACM

سجاد میخواهد در انتخابات ACM جهانی رای بیاورد و حداقل به ۵۰ درصد آرا نیاز دارد . او از ۱۰۰۰ نفر نظرخواهی میکند و ۶۴۰ نفر اعلام میکنند که به او رای خواهند داد . اول بررسی کنید که آیا شرایط استفاده از CLT برای بازه اطمینان برقرار است یا خیر سپس با بدست آوردن بازه اطمینان ۹۰ درصد بگویید آیا سجاد میتواند خیالش از بدست آوردن ۵۰ درصد آرا راحت باشد ؟

پاسخ :

ابتدا داده‌های مسئله را استخراج می‌کنیم:

$$n = ۱۰۰۰, \quad x = ۶۴۰ \implies \hat{p} = \frac{۶۴۰}{۱۰۰۰} = ۰/۶۴$$

$$\hat{q} = ۱ - \hat{p} = ۱ - ۰/۶۴ = ۰/۳۶$$

۱. **بررسی شرایط استفاده از :CLT** برای اینکه بتوانیم از توزیع نرمال برای تخمین بازه اطمینان نسبت موفقیت استفاده کنیم، باید شرایط زیر برقرار باشد:

- $n\hat{p} = ۱۰۰۰ \times ۰/۶۴ = ۶۴۰ > ۱۰$ ✓
- $n(۱ - \hat{p}) = ۱۰۰۰ \times ۰/۳۶ = ۳۶۰ > ۱۰$ ✓

چون هر دو شرط برقرار هستند، استفاده از CLT مجاز است.

۲. **محاسبه بازه اطمینان ۹۰ درصد:** برای سطح اطمینان ۹۰ درصد ($\alpha = ۰/۱۰$)

$$z_{۰/۹۵} \approx ۱/۶۴۵$$

فرمول بازه اطمینان برای نسبت (p) عبارت است از:

$$\hat{p} \pm z_{۱-\alpha/۲}\sqrt{\frac{\hat{p}(۱-\hat{p})}{n}}$$

ابتدا رادیکال را محاسبه می‌کنیم:

$$\sqrt{\frac{۰/۶۴ \times ۰/۳۶}{۱۰۰۰}} = \sqrt{\frac{۰/۲۳۰۴}{۱۰۰۰}} = \sqrt{۰/۰۰۰۲۳۰۴} \approx ۰/۰۱۵۲$$

حالا بازه را تشکیل می‌دهیم:

$$۰/۶۴ \pm ۱/۶۴۵ \times ۰/۰۱۵۲$$

$$۰/۶۴ \pm ۰/۰۲۵$$

بنابراین بازه اطمینان ۹۰ درصد برابر است با:

$$[۰/۶۱۵, ۰/۶۶۵]$$

نتیجه‌گیری: سجاد برای پیروزی به حداقل ۵۰ درصد آرا نیاز دارد. با توجه به اینکه کرانه پایین بازه اطمینان ما (۶۱/۵٪) بسیار بیشتر از ۵۰ درصد است، سجاد می‌تواند با اطمینان ۹۰ درصد مطمئن باشد که بیش از نصف آرا را کسب خواهد کرد و خیالش راحت باشد.

۶. طول عمر لامپ

طول عمر (بر حسب ساعت) یک لامپ ۷۵ وات دارای توزیع نرمال با انحراف معیار $\sigma = ۲۵$ ساعت است. یک نمونه تصادفی از ۲۰ لامپ دارای میانگین طول عمر $\bar{x} = ۱۰۱۴$ ساعت می‌باشد.

(الف) بازه اطمینان ۹۵٪ برای میانگین طول عمر ایجاد کنید.

(ب) فرض کنید بخواهید کل عرض بازه اطمینان برای میانگین طول عمر با اطمینان ۹۵٪ برابر با ۶ ساعت باشد. در این صورت چه تعداد نمونه (اندازه نمونه) باید مورد استفاده قرار گیرد؟

پاسخ :

(الف) از آنجا که واریانس جامعه معلوم است و توزیع نرمال می‌باشد، برای برآورد میانگین عمر طول لامپ‌ها از فاصله اطمینان نرمال استفاده می‌کنیم. اطلاعات مسئله به صورت زیر است:

$$n = ۲۰, \qquad \sigma = ۲۵, \qquad \bar{x} = ۱۰۱۴$$

برای سطح اطمینان ۹۵٪ داریم:

$$z_{\alpha/۲} = z_{۰/۰۲۵} = ۱/۹۶$$

فاصله اطمینان ۹۵٪ برای میانگین μ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{x} - z_{۰/۰۲۵}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \le \mu \le \bar{x} + z_{۰/۰۲۵}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$۱۰۱۴ - ۱/۹۶\left(\frac{۲۵}{\sqrt{۲۰}}\right) \le \mu \le ۱۰۱۴ + ۱/۹۶\left(\frac{۲۵}{\sqrt{۲۰}}\right)$$

$$۱۰۱۴ - ۱۰/۹۵ \le \mu \le ۱۰۱۴ + ۱۰/۹۵$$

$$۱۰۰۳/۰۵ \le \mu \le ۱۰۲۴/۹۵$$

بنابراین، با اطمینان ۹۵٪ میانگین واقعی عمر طول لامپ‌ها در بازه

$$[۱۰۰۳/۰۵\ ,\ ۱۰۲۴/۹۵]$$

ساعت قرار دارد.

(ب) عرض فاصله را برابر با ۶ ساعت در نظر بگیرید، در حالی که $\sigma = ۲۵$ و $z_{۰/۰۲۵} = ۱/۹۶$ است؛ سپس برای پیدا کردن n حل کنید:

$$۱/۲\text{width} = \frac{(۱/۹۶)(۲۵)}{\sqrt{n}} = ۳$$

$$۴۹ = ۳\sqrt{n}$$

$$n = \left(\frac{۴۹}{۳}\right)^۲ = ۲۶۶/۷۸$$

بنابراین، $n = ۲۶۷$.

۷. مقاومت فشاری بتن

یک مهندس عمران در حال تحلیل مقاومت فشاری بتن است. مقاومت فشاری دارای توزیع نرمال با واریانس $\sigma^۲ = ۱۰۰۰(\text{psi})^۲$ است. یک نمونه تصادفی شامل ۱۲ نمونه دارای میانگین مقاومت فشاری $\bar{x} = ۳۲۵۰\text{psi}$ می‌باشد.

(الف) یک بازه اطمینان ۹۵٪ برای میانگین مقاومت فشاری ایجاد کنید.

(ب) یک بازه اطمینان ۹۹٪ برای میانگین مقاومت فشاری ایجاد کنید.

پاسخ :

(الف) بازه اطمینان ۹۵٪:با مقادیر $z_{\alpha/۲} = z_{۰/۰۲۵} = ۱/۹۶$، $\bar{x} = ۳۲۵۰$، $\sigma^۲ = ۱۰۰۰$ و $n = ۱۲$ داریم:

$$\bar{x} - z_{۰/۰۲۵}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \leq \mu \leq \bar{x} + z_{۰/۰۲۵}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$۳۲۵۰ - ۱/۹۶\left(\frac{۳۱/۶۲}{\sqrt{۱۲}}\right) \leq \mu \leq ۳۲۵۰ + ۱/۹۶\left(\frac{۳۱/۶۲}{\sqrt{۱۲}}\right)$$

$$۳۲۳۲/۱۱ \leq \mu \leq ۳۲۶۷/۸۹$$

(ب) بازه اطمینان ۹۹٪:با مقدار $z_{\alpha/۲} = z_{۰/۰۰۵} = ۲/۵۸$ داریم:

$$\bar{x} - z_{۰/۰۰۵}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \leq \mu \leq \bar{x} + z_{۰/۰۰۵}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$۳۲۵۰ - ۲/۵۸\left(\frac{۳۱/۶۲}{\sqrt{۱۲}}\right) \leq \mu \leq ۳۲۵۰ + ۲/۵۸\left(\frac{۳۱/۶۲}{\sqrt{۱۲}}\right)$$

$$۳۲۲۶/۵ \leq \mu \leq ۳۲۷۳/۵$$

۸. ارتفاع کف شامپو

یک شرکت محصولات مصرفی در حال فرمولاسیون یک شامپوی جدید است و به ارتفاع کف آن (بر حسب میلی‌متر) علاقه‌مند است. ارتفاع کف دارای توزیع تقریباً نرمال و انحراف معیار ۲۰ میلی‌متر است. شرکت می‌خواهد فرض $H_۰ : \mu = ۱۷۵$ میلی‌متر را در مقابل $H_A : \mu > ۱۷۵$ میلی‌متر با استفاده از نتایج $n = ۱۰$ نمونه آزمایش کند.

(الف) احتمال مشاهده میانگین نمونه‌ای به بزرگی ۱۹۰ میلی‌متر (یا بیشتر) چقدر است؟

(ب) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

پاسخ :

(الف) محاسبه آماره z:

$$z = \frac{۱۹۰ - ۱۷۵}{۲۰/\sqrt{۱۰}} = ۲/۳۷$$

محاسبه مقدار احتمال (P-value):

$$P(\bar{X} > ۱۹۰ \text{ when } \mu = ۱۷۵) = P(Z > ۲/۳۷) = ۱ - P(Z \leq ۲/۳۷)$$
$$= ۱ - ۰/۹۹۱۱۱ = ۰/۰۰۸۸۹$$

(ب) از آنجا که مقدار z بزرگ است، فرض صفر را رد می‌کنیم و نتیجه می‌گیریم که میانگین ارتفاع کف بیشتر از ۱۷۵ میلی‌متر است، زیرا احتمال مشاهده مقداری حداقل برابر با ۱۹۰ میلی‌متر تنها ۰/۰۰۸۸۹ است.

۹. مقاومت کششی آلیاژ فولاد

مهندسی که در حال مطالعه مقاومت کششی یک آلیاژ فولاد مورد استفاده در شفت چوب‌های گلف است، می‌داند که مقاومت کششی تقریباً دارای توزیع نرمال با $\sigma = ۶۰\text{psi}$ است. یک نمونه تصادفی شامل ۱۲ نمونه دارای میانگین مقاومت کششی $\bar{x} = ۳۲۵۰\text{psi}$ است.

(الف) فرض این که میانگین مقاومت ۳۵۰۰psi است را آزمایش کنید. از $\alpha = ۰/۰۱$ استفاده کنید.

(ب) کوچکترین سطح معناداری که در آن حاضر به رد فرض صفر هستید چقدر است؟

(ج) توضیح دهید که چگونه می‌توانید به سؤال بخش (الف) با استفاده از یک بازه اطمینان برای میانگین مقاومت کششی پاسخ دهید.

پاسخ :

(الف) پارامتر مورد نظر، میانگین واقعی مقاومت کششی، μ است.

$H_۰ : \mu = ۳۵۰۰$

$H_۱ : \mu \neq ۳۵۰۰$

آماره آزمون: $z_۰ = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

رد $H_۰$ اگر $z_۰ < -z_{\alpha/۲}$ که در آن $-z_{۰/۰۰۵} = -۲/۵۸$ یا $z_۰ > z_{\alpha/۲}$ که در آن $z_{۰/۰۰۵} = ۲/۵۸$.

$$z_۰ = \frac{۳۲۵۰ - ۳۵۰۰}{۶۰/\sqrt{۱۲}} = -۱۴/۴۳$$

از آنجایی که $-۱۴/۴۳ < -۲/۵۸$ است، فرض صفر رد می‌شود و نتیجه می‌گیریم که میانگین واقعی مقاومت فشاری در سطح $\alpha = ۰/۰۱$ به طور معناداری با ۳۵۰۰ تفاوت دارد.

(ب) کوچکترین سطح معناداری برابر با $P\text{-value} = ۲[۱ - \Phi(۱۴/۴۳)] \approx ۰$ است.

(ج) با استفاده از $z_{\alpha/۲} = z_{۰/۰۲۵} = ۱/۹۶$:

$$\bar{x} - z_{۰/۰۲۵}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \leq \mu \leq \bar{x} + z_{۰/۰۲۵}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$۳۲۵۰ - ۱/۹۶\left(\frac{۳۱/۶۲}{\sqrt{۱۲}}\right) \leq \mu \leq ۳۲۵۰ + ۱/۹۶\left(\frac{۳۱/۶۲}{\sqrt{۱۲}}\right)$$

$$۳۲۳۲/۱۱ \leq \mu \leq ۳۲۶۷/۸۹$$

با اطمینان ۹۵٪، معتقدیم میانگین واقعی مقاومت کششی بین ۳۲۳۲/۱۱psi و ۳۲۶۷/۸۹psi است. ما می‌توانیم این فرض را که میانگین واقعی با ۳۵۰۰ برابر نیست آزمایش کنیم، با توجه به اینکه این مقدار در فاصله اطمینان قرار ندارد.

۱۰.

تمرین کامپیوتری سری هفتم را می‌توانید از طریق این لینک دریافت کنید.

- یک کپی از فایل مذکور با نام EPS_CA7_SID در گوگل درایو خود تهیه کنید.
- در فایل خود بخش هایی‌که به وسیله TODO مشخص شده‌اند را با کد های مناسب جایگزین کنید.
- جواب سوالات تئوری را در بخش‌هایی که با Answer مشخص شده‌اند قرار دهید.
- فایل دفترچه پاسخ خود را در جایگاه آپلود این تمرین در سامانه ایلرن قرار دهید.